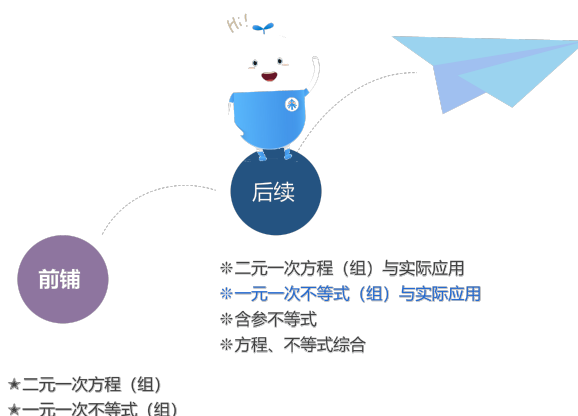
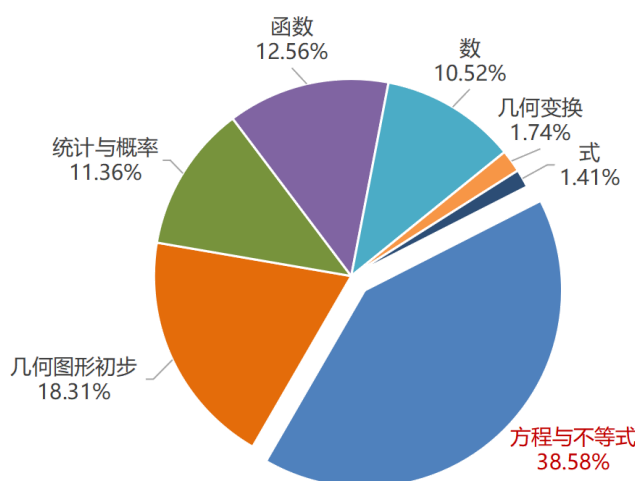


第1讲 一元一次不等式（组）的概念、解法

一元一次不等式（组）属于人教版第九章的内容，这部分的易错点计算与不等式组解集的确定，学生易在计算上出错，难点为含参不等式；这部分内容是期末考试的高频考点，其中不等式以及实际应用属于必考内容，故这部分我们分为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》、《一元一次不等式（组）》、《含参不等式》、《方程、不等式综合》四个模块。本模块为《一元一次不等式（组）》，旨在帮助学生认识一元一次不等式（组），掌握一元一次不等式（组）的解法，学会利用所学内容解决实际问题，为后续模块奠定基础。

本模块较为基础，适用于一元一次不等式组的基础认识与短期突破，本模块分为一元一次不等式（组）的概念解法、一元一次不等式（组）的实际应用2讲内容，帮助学生了解一元一次不等式（组）及实际应用中的常见题型，梳理这部分的解题思路。



一、不等式

不等式

定义：用_____表示_____关系的式子，叫做不等式。

常见的不等号有5种：_____、_____、_____、_____、_____。

“ $\geq$ ”表示_____，“ $\leq$ ”_____，满足其中___个即可成立。

列不等式：

小于或等于，不大于，不超过，不高于，不多于，最多，这些用_____连接；
大于或等于，不小于，不低于，不少于，至少，这些用_____连接。

① a 是正数表示为_____， a 是负数表示为_____。

② a 是非负数表示为_____， a 是非正数表示为_____。

③ a 、 b 同号表示为_____； a 、 b 异号表示为_____。

不等式的解：使不等式成立的_____的值，叫做不等式的解。

不等式的解集：一般地，一个含有未知数的不等式的_____，组成这个不等式的解集。

不等式的解集是一个集合，是一个范围，其含义：

① 解集中的每一个数值都能使不等式_____；

② 能够使不等式成立的_____数值都在解集中。

不等式解集表示方法

1、用不等式表示：

一般地，一个含有未知数的不等式有无数个解，它的解集是某个范围，这个范围可用一个最简单的不等式_____，_____的形式表示。

2、用数轴表示：

$x > a$	$x \geq a$	$x < a$	$x \leq a$

【教法备注】

1、不等式的定义：用不等号表示大小关系的式子，叫做不等式。

例如： $a+3 > -1+4$ ， $-5 < -2$ ， $|x| \geq 0$ ， $x+1 \leq 0$ ， $a+2 \neq a-2$ 等都是不等式。

常见的不等号有5种： $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 、 $\neq$ 。

注意：

“ $\geq$ ”表示大于或等于，“ $\leq$ ”表示小于或等于，满足其中一个即可成立．

例如：不等式 $3 \geq 2$ 成立，因为 $3 > 2$ 成立；不等式 $3 \geq 3$ 也成立，因为 $3 = 3$ 成立．

2、列不等式：

(1) 常见两层含义的关键词及对应的不等符号：

①小于或等于，不大于，不超过，不高于，不多于，最多，这些用“ $\leq$ ”连接．

②大于或等于，不小于，不低于，不少于，至少，这些用“ $\geq$ ”连接．

(2) 常见不等式的文字语言与符号表示：

① a 是正数表示为 $a > 0$ ， a 是负数表示为 $a < 0$ ．

② a 是非负数表示为 $a \geq 0$ ， a 是非正数表示为 $a \leq 0$ ．

③ a, b 同号表示为 $ab > 0$ ； a, b 异号表示为 $ab < 0$ ．

注意：

①不等式表示代数式之间的不等关系，与方程表示的相等关系相对应．

②有些不等式中不含未知数，如 $3 > 2$ ；有些不等式中含有未知数，如 $3x > 6$ ．

③判断一个式子是否为不等式，关键看所给的式子是否有不等号．

3、不等式的解：使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解．

例如： $-4, -2, 0, 1, 2$ 都是不等式 $x \leq 2$ 的解，当然它的解还有许多．

判断某个未知数的值是否为不等式的解，直接将该数值代入不等式，看不等式是否成立，若成立，则是不等式的解；若不成立，则不是．

注意：

①不等式的解是某一范围内的某个数，用它来代替不等式中的未知数，不等式成立．

②一般地，一个不等式的解不止一个，往往有无数个，如小于2的数都是 $x < 2$ 的解，也存在特殊情况，如 $x^2 \leq 0$ 就只有一个解，为 $x = 0$ ．

4、不等式的解集：一般地，一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解集．

不等式的解集是一个集合，是一个范围，其含义：

①解集中的每一个数值都能使不等式成立；

②能够使不等式成立的所有数值都在解集中．

注意：**不等式的解和解集是两个不同的概念**，不等式的解指满足不等式的未知数的某个值，而它的解集是指不等式所有解的一个集合．

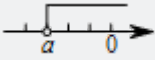
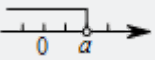
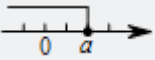
5、不等式解集的表示方法：

(1) 用不等式表示：

一般地，一个含有未知数的不等式有无数个解，它的解集是某个范围，这个范围可用一个最简单的不等式 $x > a$ (或 $x \geq a$)， $x < a$ (或 $x \leq a$)的形式表示．

(2) 用数轴表示：

①解集与数轴的对应关系如图所示：

$x > a$	$x \geq a$	$x < a$	$x \leq a$
			

②用数轴表示不等式的解集时要“两定”：一是定边界点，二是定方向．

注意：

- ①若不等号是“ $\leq$ ”或“ $\geq$ ”，边界点是实心圆点；
- ②若不等号是“ $<$ ”或“ $>$ ”，边界点是空心圆圈．
- ③定方向时，相对于边界点而言，小于向左，大于向右．

|| 例题1

1. 下列式子中：① $-1 > 2$ ；② $3x \geq -1$ ；③ $x - 3$ ；④ $s = vt$ ；⑤ $3x - 4 < 2y$ ；
⑥ $3x - 5 = 2x + 2$ ；⑦ $a^2 + 2 \geq 0$ ；⑧ $a^2 + b^2 \neq c^2$ ；⑨ $-m^2 \leq 0$
是不等式的是 _____．（只填序号）

【答案】 ①②⑤⑦⑧⑨

【解析】 上述式子中，①②⑤⑦⑧⑨含有不等号，为不等式．

【标注】 【知识点】不等式的定义

2. 用不等式表示：“ a 的 $\frac{1}{2}$ 与 b 的和为正数”，正确的是（ ）．

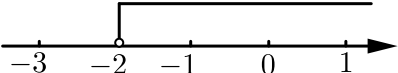
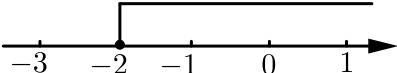
- A. $\frac{1}{2}a + b > 0$ B. $\frac{1}{2}(a + b) > 0$ C. $\frac{1}{2}a + b \geq 0$ D. $\frac{1}{2}(a + b) \geq 0$

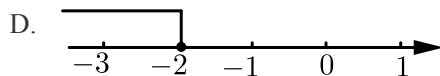
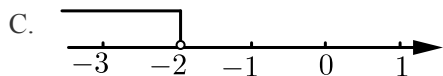
【答案】 A

【解析】 a 的 $\frac{1}{2}$ 为： $\frac{1}{2}a$ ，
 $\therefore a$ 的 $\frac{1}{2}$ 与 b 的和表示为： $\frac{1}{2}a + b$ ，
 $\therefore$ “ a 的 $\frac{1}{2}$ 与 b 的和为正数”表示为： $\frac{1}{2}a + b > 0$ ．
 故选A．

【标注】 【知识点】列不等式

3. 把不等式的解集 $x \leq -2$ 在数轴上表示出来，则正确的是（ ）．

- A.  B. 



【答案】D

【解析】端数轴上，向右为大，向左为小，包括端点用实心点，其中：

A. $x > -2$ ，错误；

B. $x \geq -2$ ，错误；

C. $x < -2$ ，错误．

故选D．

【标注】【知识点】在数轴上表示不等式的解集

练习1

4. 下列不等关系中，正确的是（ ）．

A. a 不是负数表示为 $a > 0$

B. x 不大于5可表示为 $x > 5$

C. x 与1的和是非负数可表示为 $x + 1 > 0$

D. m 与4的差是负数可表示为 $m - 4 < 0$

【答案】D

【解析】A. a 不是负数表示为 $a \geq 0$ ，故A错误；

B. x 不大于5可表示为 $x \leq 5$ ，故B错误；

C. x 与1的和是非负数可表示为 $x + 1 \geq 0$ ，故C错误；

D. m 与4的差是负数可表示为 $m - 4 < 0$ ，正确．

【标注】【知识点】列不等式

5. $x = -1$ 不是下列哪一个不等式的解（ ）．

A. $2x + 1 \leq -3$

B. $2x - 1 \geq -3$

C. $-2x + 1 \geq 3$

D. $-2x - 1 \leq 3$

【答案】A

【解析】因为：

A. $2x + 1 \leq -3$ 中， $x \leq -2$ ；

B. $2x - 1 \geq -3$ 中， $x \geq -1$ ；

C. $-2x + 1 \geq 3$ 中， $x \leq -1$ ；

D. $-2x - 1 \leq 3$ 中, $x \geq -2$.

故选A.

【标注】【知识点】一元一次不等式的解集

6. 若 $x \geq -5$ 的最小值为 a , $x \leq 5$ 的最大值是 b , 则 $a + b =$ _____.

【答案】0

【解析】因为 $x \geq -5$ 的最小值是 a , $a = -5$,

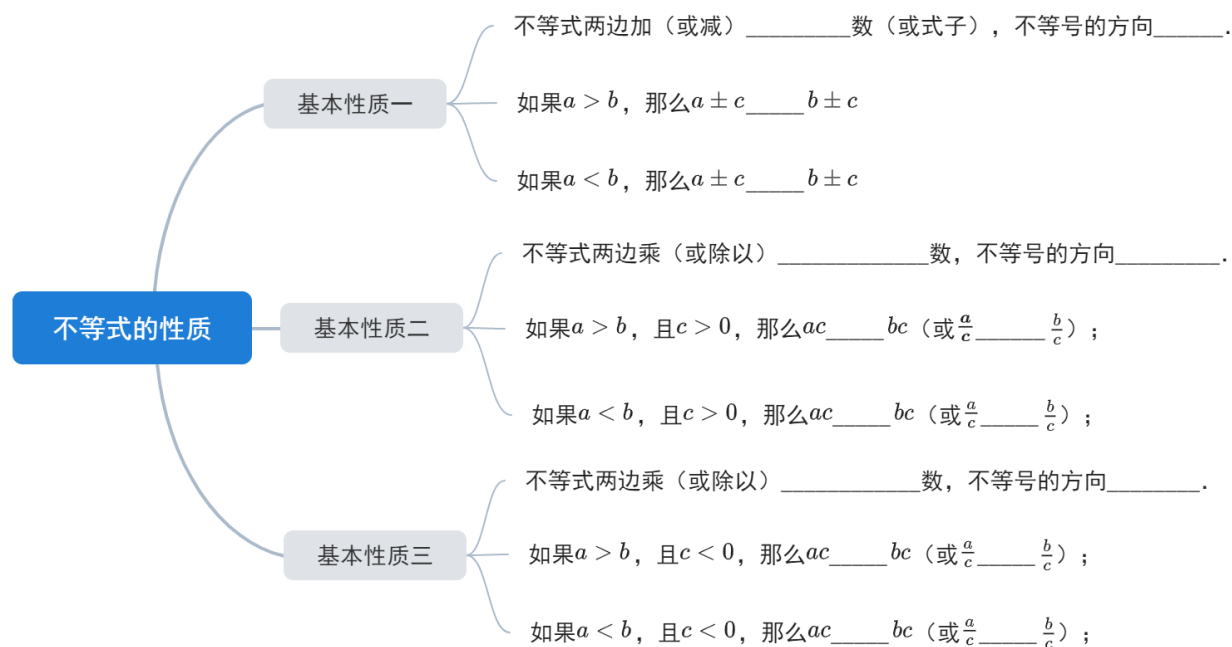
$x \leq 5$ 的最大值是 b , 则 $b = 5$,

则 $a + b = -5 + 5 = 0$.

故答案为: 0.

【标注】【知识点】不等式的解(集)

二、不等式的性质



不等式的性质与等式的性质的区别与联系

等式的性质	不等式的性质
对称性：若 $a = b$ ，则 $b = a$	互逆性：若 $a > b$ ，则 $b < a$
传递性：若 $a = b$ ， $b = c$ ，则 $a = c$	传递性：若 $a > b$ ， $b > c$ ，则 $a > c$
性质1：若 $a = b$ ，则 $a \pm c = b \pm c$	性质1：若 $a > b$ ，则 $a \pm c > b \pm c$
性质2：若 $a = b$ ，则 $ac = bc$ ； 若 $a = b$ ($a \neq 0$)，则 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$	性质2：若 $a > b$ ， $c > 0$ ，则 $ac > bc$ ， $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 性质3：若 $a > b$ ， $c < 0$ ，则 $ac < bc$ ， $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

【教法备注】

1、基本性质一：

不等式两边加（或减）同一个数（或式子），不等号的方向不变．

如果 $a > b$ ，那么 $a \pm c > b \pm c$ ．

如果 $a < b$ ，那么 $a \pm c < b \pm c$ ．

2、基本性质2：

不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变．

如果 $a > b$ ，并且 $c > 0$ ，那么 $ac > bc$ （或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ）．

如果 $a < b$ ，并且 $c > 0$ ，那么 $ac < bc$ （或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ）．

3、基本性质3：

不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

如果 $a > b$ ，并且 $c < 0$ ，那么 $ac < bc$ （或 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ）．

如果 $a < b$ ，并且 $c < 0$ ，那么 $ac > bc$ （或 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ）．

4、不等式的特殊性质：

（1）不等式的其他性质：

①互逆性：若 $a > b$ ，则 $b < a$ ；若 $b < a$ ，则 $a > b$ ．

②传递性：若 $a > b$ ，且 $b > c$ ，则 $a > c$ ．

③若 $a \geq b$ ，且 $a \leq b$ ，则 $a = b$ ．

④若 $a^2 \leq 0$ ，则 $a = 0$ ．

注意：

①在不等式两边都乘（或除以）同一个负数，要改变不等号的方向．

②在不等式 $3 > 2$ 两边都乘同一个数 a 时，有下面三种情形：

（a）如果 $a > 0$ 时，那么 $3a > 2a$ ；

（b）如果 $a = 0$ 时，那么 $3a = 2a$ ；

(c) 如果 $a < 0$ 时, 那么 $3a < 2a$.

例题2

7. 已知 $abc > 0$, $a > c$, $ac < 0$, 下列结论正确的是().

- A. $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$ B. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$
C. $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$ D. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$

【答案】C

【解析】由 $ac < 0$, 得 a 与 c 异号.

由 $a > c$, 得 $a > 0$, $c < 0$.

由 $abc > 0$, 得 $b < 0$.

故选: C.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】不等式的性质

8. 若 $x < y$, 且 $(a-2)x > (a-2)y$, 则 a 取值范围是 ____.

【答案】 $a < 2$

【解析】 $\because x < y$, 且 $(a-2)x > (a-2)y$,

$\therefore a-2 < 0$,

$a < 2$.

【标注】【能力】运算能力

【知识点】不等式的性质

练习2

9. 下列不等式变形错误的是().

- A. 若 $a > b$, 则 $1-a < 1-b$ B. 若 $a < b$, 则 $ax^2 \leq bx^2$
C. 若 $ac > bc$, 则 $a > b$ D. 若 $m > n$, 则 $\frac{m}{x^2+1} > \frac{n}{x^2+1}$

【答案】C

【解析】方法一: $\because a > b$, $\therefore -a < -b$, $\therefore 1-a < 1-b$, 故A正确;

$\because a < b, x^2 \geq 0, \therefore ax^2 \leq bx^2$, 故B正确;

若 $ac > bc$, 但是 $a > b$ 不一定成立, 故C不正确;

$\because m > n, x^2 + 1 > 0$,

$\therefore \frac{m}{x^2 + 1} > \frac{n}{x^2 + 1}$, 故D正确.

故选C.

方法二:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{不等式两边同时加(或减)同一个数(或式), 不等号方向有变} \\ \text{不等式两边同时乘或(除以)同一个} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{大于0的数(或式), 不等号方向不变} \\ \text{小于0的数(或式), 不等号方向不变} \end{array} \right.$

$\therefore$ C选项, 若 $ac > bc$, 当 $c < 0$ 时, 同时除以C, $a < b$,

$\therefore$ 不成立.

【标注】【知识点】不等式的性质

10. 如果关于 x 的不等式 $(a + 2020)x > a + 2020$ 的解集为 $x < 1$, 那么 a 的取值范围是().

A. $a > -2020$

B. $a < -2020$

C. $a > 2020$

D. $a < 2020$

【答案】 B

【解析】 本题主要考查一元一次不等式的解法.

因为不等式 $(a + 2020)x > a + 2020$ 的解集为 $x < 1$,

所以 $a + 2020 < 0$,

所以 $a < -2020$.

故选B.

【标注】【知识点】由不等式(组)的解集求参数的范围

|| 例题3

11. 比较大小: 已知 $2 - 3x > 2 - 3y$, 则 x _____ y .

【答案】 <

【解析】 先在不等式 $2 - 3x > 2 - 3y$ 同时减去2, 再同时除以-3, 不等号改变方向, 应填“<”号.

【标注】【知识点】不等式的性质

12. 若 $b < 0$ ，则 $a+b$ ， a ， $a-b$ 的大小关系为（ ）。

- A. $a+b > a > a-b$ B. $a-b > a > a+b$ C. $a > a-b > a+b$ D. $a-b > a+b > a$

【答案】B

【解析】因为 $b < 0$ ，所以 $a+b < a$ ， $a-b > a$ ，故选B。

【标注】【知识点】不等式的性质

练习3

13. 下列结论错误的是（ ）。

- ① $|a| = -a$ ，则 $a \leq 0$ ；② $\frac{|a|}{a} = 1$ ，则 $a > 0$ ；③ $a^2 > a$ ，则 $a > 1$ ；④ $a < \frac{1}{a}$ ，则 $0 < a < 1$

- A. ①② B. ①②③ C. ②③④ D. ③④

【答案】D

【解析】①②正确；

③若 $a > 0$ 时， $a > 1$ ，

若 $a < 0$ 时， $a < -1$ ，故③错误；

④若 $a < \frac{1}{a}$ ，则 $0 < a < 1$ 或 $a < -1$ ，故④错误；

故选D。

【标注】【知识点】判断不等式的变形是否正确

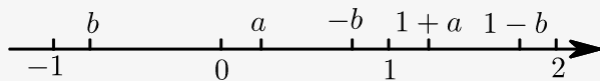
14. 已知 $a > 0$ ， $b < 0$ ， $|a| < |b| < 1$ ，那么下列判断正确的是（ ）。

- A. $1-b > -b > 1+a > a$ B. $1+a > a > 1-b > -b$
C. $1-b > 1+a > -b > a$ D. $1+a > 1-b > a > -b$

【答案】C

【解析】由 $a > 0$ ， $b < 0$ ， $|a| < |b| < 1$ ，

在数轴上标记出： a 、 b 、 $1+a$ 、 $1-b$ 、 $-b$ 的大致位置，如图，



由图知 $1-b > 1+a > -b > a$.

【标注】【知识点】已知范围化简绝对值

15. 设 $a > 0 > b > c$, 且 $a+b+c=-1$, 若 $M = \frac{b+c}{a}$, $N = \frac{a+c}{b}$, $P = \frac{b+a}{c}$, 试比较 M 、 N 、 P 的大小.

【答案】 $M < P < N$.

【解析】 $\because a+b+c=-1$,

$$\therefore b+c=-1-a,$$

$$\therefore M = \frac{-1-a}{a} = -1 - \frac{1}{a},$$

$$\text{同理可得 } N = -1 - \frac{1}{b}, P = -1 - \frac{1}{c},$$

$$\text{又 } \because a > 0 > b > c,$$

$$\therefore \frac{1}{a} > 0 > \frac{1}{c} > \frac{1}{b}.$$

$$\therefore -1 - \frac{1}{a} < -1 < -1 - \frac{1}{c} < -1 - \frac{1}{b}.$$

$$\text{即 } M < P < N.$$

【标注】【知识点】分式比较大小

独步天下

16. 阅读下列材料, 回答问题: 我们知道: 利用“作差法”可以比较两个数或者两个代数式值的大小. 即若 $x-y > 0$, 则 $x > y$. 若 $x-y = 0$, 则 $x = y$. 若 $x-y < 0$, 则 $x < y$.

- (1) 试比较代数式 $5m^2 - 4m + 2$ 与 $4m^2 - 4m - 7$ 的值之间的大小关系.

$$\text{解: } (5m^2 - 4m + 2) - (4m^2 - 4m - 7) = 5m^2 - 4m + 2 - 4m^2 + 4m + 7 = m^2 + 9,$$

$$\text{因为 } m^2 \geq 0, \text{ 所以 } m^2 + 9 > 0,$$

$$\text{所以 } 5m^2 - 4m + 2 \underline{\hspace{1cm}} 4m^2 - 4m - 7. \text{ (用“>”、“<”或“=”填空)}$$

- (2) 已知 $a < 0$, $b > 0$, $a+b < 0$, 设 $P = 2a^2 + 3b^2 + 4c^2$, $Q = 3a^2 + 2b^2 + 5c^2$, 请你利用上述材料中的方法比较 P 与 Q 的大小, 并说明理由.

【答案】 (1) $>$

(2) $P < Q$

【解析】(1) $(5m^2 - 4m + 2) - (4m^2 - 4m - 7) = 5m^2 - 4m + 2 - 4m^2 + 4m + 7 = m^2 + 9$,

$$\therefore m^2 \geq 0,$$

$$\therefore m^2 + 9 \geq 0,$$

$$\therefore 5m^2 - 4m + 2 > 4m^2 - 4m - 7.$$

$$(2) P - Q = (2a^2 + 3b^2 + 4c^2) - (3a^2 + 2b^2 + 5c^2)$$

$$= 2a^2 + 3b^2 + 4c^2 - 3a^2 - 2b^2 - 5c^2$$

$$= -a^2 + b^2 - c^2.$$

$$\therefore a < 0, b > 0, a + b < 0$$

$$\therefore |a| > |b|, a^2 > b^2,$$

$$\therefore b^2 - a^2 < 0.$$

$$\therefore -c^2 \leq 0,$$

$$\therefore P - Q = -a^2 + b^2 - c^2 < 0,$$

$$\therefore P < Q.$$

【标注】【知识点】整式比较大小

三、一元一次不等式

一元一次不等式

定义：含有____个未知数，未知数的次数是____的不等式，叫做一元一次不等式。
一般式是_____。

一元一次不等式的解集：一元一次不等式的_____解组成的集合叫做一元一次不等式的解集。

【教法备注】

1、一元一次不等式定义：含有一个未知数，未知数的次数是1的不等式，叫做一元一次不等式。

一般式是： $ax > b$ 或 $ax < b$ ($a \neq 0$)。

【方法】一元一次不等式满足的条件：

①不等式的两边都是整式；

②不等式中只含有一个未知数；

③未知数的次数是1。

2、一元一次不等式的解集：一元一次不等式的所有解组成的集合叫做一元一次不等式的解集。

【注意】

不等式的解集一般是一个取值范围，但有时候需要求未知数的某些特殊解，如求整数解、正整数解、非负整数解，最大整数解等，解答这类问题的关键是明确解的特征。

例题4

17. 下列式子(1) $2x - 7 \geq -3$ ，(2) $\frac{1}{x} - x > 0$ ，(3) $7 < 9$ ，(4) $x^2 + 3x > 1$ ，

(5) $\frac{a}{2} - 2(a + 1) \leq 1$ ，(6) $m - n > 3$ 中是一元一次不等式的有()。

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 B

【解析】 (1)由原不等式，得 $2x - 10 \geq 0$ ，符合一元一次不等式的定义；故本选项正确；

(2)由 $\frac{1}{x} - x > 0$ 得，是分式不等式；故本选项错误；

(3) $7 < 9$ ，不含未知数，所以不是一元一次不等式；故本选项错误；

(4) $x^2 + 3x > 1$ ，未知数的最高次数是2，所以不是一元一次不等式；故本选项错误；

(5)由 $\frac{9}{2} - 2(a + 1) \leq 1$ ，得到 $3a + 2 \geq 0$ ，符合一元一次不等式，故本选项正确；

(6) $m - n > 3$ ，含有两个未知数，所以不是一元一次不等式；故本选项错误。

综上所述，一元一次不等式的个数是2个。

故选B。

【标注】【知识点】一元一次不等式的定义

练习4

18. 若 $(m + 2)x^{|m|-1} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $m =$ _____。

【答案】 2

【解析】 若 $(m + 2)x^{|m|-1} + 3 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式，

$$\text{则} \begin{cases} |m| - 1 = 1 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases}, \text{故} m = 2.$$

【标注】【知识点】一元一次不等式的定义

19. $x < 5$ 是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解集，则下列说法正确的有()。

① 5是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的一个解；

② 0是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的一个解；

③ $x < 4$ 也是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解集；

④ 所有小于4的数都是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解 .

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

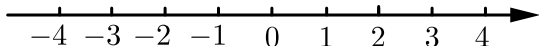
【答案】 B

【解析】 $x < 5$ 是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解集，说明任何一个小于5的数都是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的一个解 . 当然小于4的 x 的值也一定是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解，但 $x < 4$ 不是不等式 $3x - 5 < 2x$ 的解集，因为它不是由不等式的所有解组成的，如 $x = 4.5$ 等 .

【标注】 【知识点】 一元一次不等式的解集

解一元一次不等式典例

解不等式： $x - \frac{3x-8}{2} + 1 \geq \frac{2(10-x)}{7}$ ，并把解集在数轴上表示出来 .



$$x - \frac{3x-8}{2} + 1 \geq \frac{2(10-x)}{7}$$

解：

①去分母得：_____；

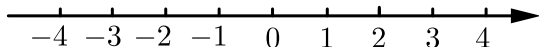
②去括号得：_____；

③移项合并同类项得：_____；

④解得：_____ .

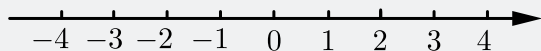
∴原不等式的解集为_____ .

在数轴上的表示如下：



【教法备注】

解不等式： $x - \frac{3x-8}{2} + 1 \geq \frac{2(10-x)}{7}$ ，并把解集在数轴上表示出来。



$$x - \frac{3x-8}{2} + 1 \geq \frac{2(10-x)}{7}$$

解：

①去分母得： $14x - 7(3x-8) + 14 \geq 4(10-x)$ ；

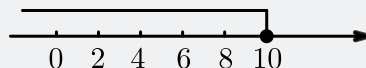
②去括号得： $14x - 21x + 56 + 14 \geq 40 - 4x$

③移项合并同类项得： $-3x \geq -30$ ；

④解得： $x \leq 10$ 。

$\therefore$ 原不等式的解集为 $x \leq 10$ 。

在数轴上的表示如下：



练习5

20. 能使代数式 $\frac{1}{2}(3x-1)$ 的值大于 $(5x-2) + \frac{1}{4}$ 的值的最大整数 x 是_____。

【答案】 0

【解析】 $\frac{1}{2}(3x-1) > (5x-2) + \frac{1}{4}$ ，

$$2(3x-1) > 4(5x-2) + 1,$$

$$6x-2 > 20x-8+1,$$

$$5 > 14x,$$

$$x < \frac{5}{14}.$$

$\therefore$ 最大的整数为 $x=0$ 。

【标注】【知识点】一元一次不等式的整数解

21. 若不等式 $2x-1 \leq 13$ 中 x 的最大值是 m ，不等式 $-3x-1 \leq -7$ 中 x 的最小值为 n ，则不等式 $nx+mn < mx$ 的解集是_____。

【答案】 $x > \frac{14}{5}$

【解析】 解不等式 $2x-1 \leq 13$ ，解得 $x \leq 7$ ，则 $m=7$ ；

解不等式 $-3x-1 \leq -7$ ，解得 $x \geq 2$ ，则 $n=2$ ；

则不等式 $nx+mn < mx$ 为： $2x+14 < 7x$ ，

$$\text{解得 } x > \frac{14}{5}.$$

【标注】【知识点】解一元一次不等式

22. 解下列不等式，并把解集在数轴上表示出来．

$$(1) \frac{x}{2} - \frac{5x-7}{3} \geq 1 - \frac{3x-5}{4}.$$

【答案】(1) $x \leq \frac{1}{5}$ ；画图见解析．

【解析】(1) 去分母，得：

$$6x - 4(5x - 7) \geq 12 - 3(3x - 5),$$

去括号，得：

$$6x - 20x + 28 \geq 12 - 9x + 15,$$

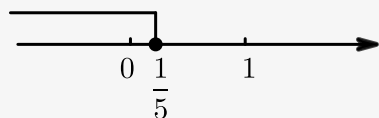
移项合并同类项，得：

$$-5x \geq -1,$$

系数化1，得： $x \leq \frac{1}{5}$ ．

在数轴上表示不等式的解集时，小于向左，包含 $\frac{1}{5}$ 用画实心原点表示：

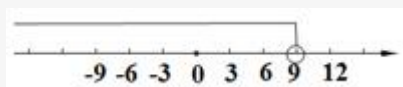
如图所示：



【标注】【知识点】在数轴上表示不等式的解集

23. 解不等式 $\frac{0.4x+0.9}{0.5} - \frac{0.03+0.02x}{0.03} > \frac{x-5}{2}$ ，并把解集在数轴上表示．

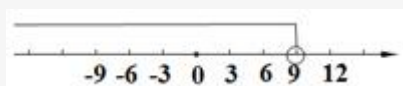
【答案】 $x < 9$ ．



【解析】 $0.8x + 1.8 - 1 - \frac{2}{3}x > 0.5x - 2.5,$

$$-\frac{11}{30}x > -3.3,$$

解得， $x < 9$ ．



【标注】【知识点】解一元一次不等式

【知识点】一元一次不等式的解集

24. 解不等式：

(1) $|2x - 5| > 4$.

【答案】 (1) $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > \frac{9}{2}$.

【解析】 (1) 由 $|2x - 5| > 4$ 可得： $2x - 5 > 4$ 或者 $2x - 5 < -4$,
所以 $x < \frac{1}{2}$ 或 $x > \frac{9}{2}$.

【标注】 【知识点】解含绝对值的一元一次不等式 (组)

25. 已知点 $P(x, y)$ 位于第二象限，并且 $y \leq 2x + 6$ ， x 、 y 为整数，则点 P 的个数是 () .

A. 3

B. 6

C. 10

D. 无数个

【答案】 B

【解析】 $\because P(x, y)$ 位于第二象限，

$$\therefore x < 0, y > 0 .$$

$$\text{又} \because 2x + 6 \geq y ,$$

$$\therefore 2x + 6 > 0 , \text{即} x > -3 ,$$

$$\text{所以} -3 < x < 0 , x = -1 \text{ 或 } x = -2 .$$

$$\text{当} x = -1 \text{ 时} , 0 < y \leq 4 , y = 1, 2, 3, 4 ,$$

$$\text{当} x = -2 \text{ 时} , y \leq 2 , y = 1 \text{ 或 } 2 .$$

综上，点 P 为 $(-1, 1)$ ， $(-1, 2)$ ， $(-1, 3)$ ， $(-1, 4)$ ， $(-2, 1)$ ， $(-2, 2)$ 共 6 个 .

故选 B .

【标注】 【知识点】解一元一次不等式

【知识点】象限内坐标的特征

四、一元一次不等式组

一元一次不等式组

定义：含有_____未知数的_____一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组。

一元一次不等式组的解集：一般地，几个一元一次不等式解集的_____部分，叫做由它们所组成的一元一次不等式组的解集。

一元一次不等式组解集的四种基本类型

不等式组 ($a < b$)	图示	解集	口诀
$\begin{cases} x \geq a \\ x \geq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \leq a \\ x \leq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$			
$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases}$			

【教法备注】

1、一元一次不等式组：含有相同未知数的几个一元一次不等式所组成的不等式组，叫做一元一次不等式组。

如 $\begin{cases} x > 1 \\ 2x < 5 \end{cases}$, $\begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ x + 8 < 4x - 1 \\ x + 2 < 8 \end{cases}$ 是一元一次不等式组。

定义中的“几个”并没有确定个数，但必须是两个或两个以上。

【方法】判断一个不等式组是否为一元一次不等式组，要从以下两个方面考虑：

①组成不等式组的每一个不等式必须是一元一次不等式。

②整个不等式组中只含有一个未知数。

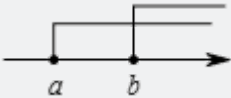
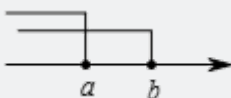
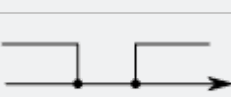
2、一元一次不等式的解集：一般地，几个一元一次不等式解集的公共部分，叫做由它们所组成的一元一次不等式组的解集。

找几个不等式的解集的公共部分的方法：

①先将几个不等式的解集在同一数轴上表示出来，然后找出它们重叠部分。

②当几个不等式的解集没有公共部分时，称这个不等式组无解（解集为空集）。

一元一次不等式组解集的四种基本类型：

不等式组 ($a < b$)	图示	解集	口诀
$\begin{cases} x \geq a \\ x \geq b \end{cases}$		$x \geq b$	同大取大
$\begin{cases} x \leq a \\ x \leq b \end{cases}$		$x \leq a$	同小取小
$\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$		$a \leq x \leq b$	大小小大 中间找
$\begin{cases} x \leq a \\ x \geq b \end{cases}$		无解	大大小小 找不到

|| 例题6

26. 下列不等式组：① $\begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases}$ ，② $\begin{cases} x > 0 \\ x + 2 > 4 \end{cases}$ ，③ $\begin{cases} x^2 + 1 < x \\ x^2 + 2 > 4 \end{cases}$ ，④ $\begin{cases} x + 3 > 0 \\ x < -7 \end{cases}$ ，⑤ $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ y - 1 < 0 \end{cases}$ 。其中一元一次不等组的个数是（ ）。

A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

【答案】 B

【解析】 根据一元一次不等式组的定义，①②④都只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是1，所以都是一元一次不等式组；③含有一个未知数，但未知数的最高次数是2，⑤含有两个未知数，所以③⑤都不是一元一次不等式组。
故有①②④三个一元一次不等式组。

【标注】 【知识点】一元一次不等式组的定义

练习6

27. 不等式组中① $\begin{cases} x > -2 \\ x < 3 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x > 0 \\ x + y > 1 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x > x^2 + 1 \\ x + 2 > 4 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x + 1 > 2 \\ 2x + 5 \leq 0 \end{cases}$ ，其中是一元一次不等式组的个数有（ ）.

A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

【答案】 A

【解析】 ①中不等式组是关于 x 的两个不等式组成，符合一元一次不等式组的定义，故①是一元一次不等式组；

②中不等式组是关于 x, y 的两个不等式组成，不符合一元一次不等式组的定义，故②不是一元一次不等式组；

③中不等式组是关于 x 的两个不等式组成，最高次项的次数为2，不符合一元一次不等式组的定义，故③不是一元一次不等式组；

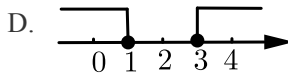
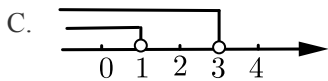
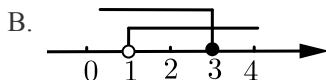
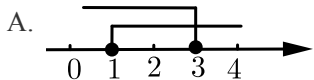
④中不等式组是关于 x 的两个不等式组成，符合一元一次不等式组的定义，故④是一元一次不等式组；

所以①④是一元一次不等式组.

故选A.

【标注】【知识点】不等式的定义

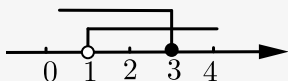
28. 将不等式组的解集 $\begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$ 在数轴上表示出来，应是（ ）.



【答案】 B

【解析】 $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$,

$\therefore$ 此不等式组的解集在数轴上表示为：

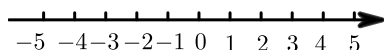


故选B.

【标注】【知识点】在数轴上表示不等式组的解集

解一元一次不等式典例

解不等式组 $\begin{cases} 3(x+1) - x \geq 1 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{1+2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$ ，把解集在所给数轴上表示出来。



解：

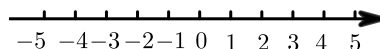
$$\begin{cases} 3(x+1) - x \geq 1 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{1+2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得：_____，

解不等式②得：_____，

不等式组的解集为：_____，

不等式组的解集在数轴上表示如下：



【教法备注】

解一元一次不等式组：

(1) 求不等式组解集的过程叫做解不等式组。

(2) 解一元一次不等式组的步骤

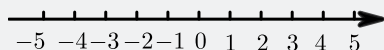
①分开解：分别求出不等式组中各个不等式的解集；

②画数轴：将各不等式的解集在数轴上表示出来

③集中判：在数轴上找出各不等式的解集的公共部分，这个公共部分就是不等式组的解集。

典例：

解不等式组 $\begin{cases} 3(x+1) - x \geq 1 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{1+2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$ ，把解集在所给数轴上表示出来。



解：

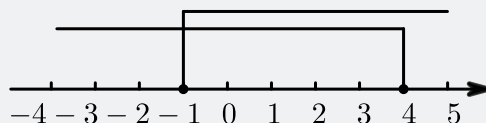
$$\begin{cases} 3(x+1) - x \geq 1 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{1+2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得： $x \geq -1$ ，

解不等式②得： $x \leq 4$ ，

不等式组的解集为： $-1 \leq x \leq 4$ ，

不等式组的解集在数轴上表示如下：

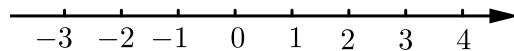


练习7

29. 解不等式组 $\begin{cases} -x + 1 < 3 \text{ ①} \\ 2x - 3 < x - 1 \text{ ②} \end{cases}$ ，

请结合题意填空，完成本题的解答。

- (1) 解不等式①，得 _____ .
- (2) 解不等式②，得 _____ .
- (3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来 .



- (4) 原不等式组的解集为 _____ .

【答案】 (1) $x > -2$

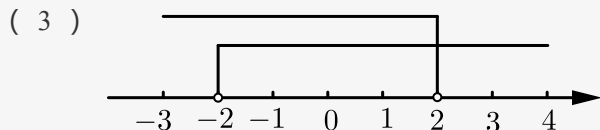
(2) $x < 2$

(3) 画图见解析 .

(4) $-2 < x < 2$

【解析】 (1) 解不等式①，得 $-x + 1 < 3$ ， $x > -2$.

(2) 解不等式②，得 $x < 2$.



(4) 原不等式组的解集为： $-2 < x < 2$.

【标注】【知识点】在数轴上表示不等式组的解集

30. 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} < \frac{x+3}{8} \\ \frac{x}{5} - \frac{2x-7}{10} \geq -\frac{x}{20} \end{cases}$$

【答案】 $-14 \leq x < 5$.

【解析】
$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} < \frac{x+3}{8} \text{ ①} \\ \frac{x}{5} - \frac{2x-7}{10} \geq -\frac{x}{20} \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得：

$$2(x-1) < x+3$$

$$2x-2 < x+3$$

$$2x-x < 3+2$$

$$x < 5 ,$$

解不等式②得：

$$4x-2(2x-7) \geq -x$$

$$4x-4x+14 \geq -x$$

$$4x - 4x + x \geq -14$$

$$x \geq -14 ,$$

∴原不等式组的解集为 $-14 \leq x < 5$.

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

31. 解不等式组 .

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x > -1 \\ 2(x-3) - 3(x-2) < 0 \end{cases} . \\ (2) & \begin{cases} 2(x+3) \leq 3-5(x-2) \\ \frac{x+1}{3} - \frac{2x+1}{2} < 1 \end{cases} . \end{aligned}$$

【答案】 (1) $x > 0$.

$$(2) -\frac{7}{4} < x \leq 1 .$$

【解析】 (1) 解这个不等式得 $\begin{cases} x > -6 \\ x > 0 \end{cases}$.

$$\therefore x > 0 .$$

$$(2) \text{ 化简得 } \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -\frac{7}{4} \end{cases} .$$

$$\therefore -\frac{7}{4} < x \leq 1 .$$

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

32. 解不等式: $-6x < \frac{-3x+5}{2} \leq 7x$.

【答案】 $x \geq \frac{5}{17}$

【标注】【知识点】解一元一次不等式组

33. 解不等式组 .

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} -2(x+2) > -x-9 \\ 7x-6 \geq 8 \end{cases} . \\ (2) & \begin{cases} 2(x-1)+x < 7 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} + 1 > 0 \\ 4x-3 \leq 5+2x \\ 2 - \frac{5+x}{7} > 1 - \frac{1-x}{14} \end{cases} . \end{aligned}$$

【答案】 (1) $2 \leq x < 3$.

$$(2) -3 < x < \frac{5}{3} .$$

独步天下

34. 已知三个非负实数 a, b, c , 满足 $3a + 2b + c = 5$, $2a + b - 3c = 1$, 若 $s = 3a + b - 7c$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 则 $mn =$ _____.

【答案】 $\frac{5}{77}$

【解析】 联立 $\begin{cases} 3a + 2b = 5 - c \\ 2a + b = 1 + 3c \end{cases}$
 解得: $\begin{cases} a = 7c - 3 \\ b = 7 - 11c \end{cases}$
 $\because a, b, c$ 都是非负实数,
 $\therefore \begin{cases} 7c - 3 \geq 0 \\ 7 - 11c \geq 0 \\ c \geq 0 \end{cases}$
 解得: $\frac{3}{7} \leq c \leq \frac{7}{11}$
 $\therefore s = 3a + b - 7c$
 $= 3(7c - 3) + (7 - 11c) - 7c$
 $= 3c - 2$
 $\therefore$ 当 $c = \frac{7}{11}$ 时,
 s 的最大值为: $m = -\frac{1}{11}$,
 当 $c = \frac{3}{7}$ 时,
 s 的最小值为: $n = -\frac{5}{7}$
 $\therefore mn = \frac{5}{77}$
 故答案为: $\frac{5}{77}$.

【标注】【知识点】方程(组)解的情况确定参数的范围

35. 已知实数 x 满足 $\begin{cases} 5(x+1) \geq 3x-1 \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$, 若 $S = |x-1| + |x+1|$ 的最大值为 m , 最小值为 n , 则 $mn =$ _____.

【答案】 16

【解析】 $\begin{cases} 5(x+1) \geq 3x-1 \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \text{ ②} \end{cases}$
 由①得 $5x+5 \geq 3x-1$,
 $2x \geq -6$,

$$x \geq -3 .$$

$$\text{由②得 } \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x \leq 7 + 1 ,$$

$$2x \leq 8 ,$$

$$x \leq 4 ,$$

$$\therefore -3 \leq x \leq 4 .$$

$$S = |x - 1| + |x + 1| ,$$

$$\text{令 } x - 1 = 0 , x + 1 = 0 ,$$

$$\therefore x = 1 , x = -1 .$$

$$\text{当 } x \leq -3 \text{ 时 } , S = 1 - x - x - 1 = -2x .$$

$$\text{当 } -3 \leq x \leq -1 \text{ 时 } , S = 1 - x - x - 1 = -2x .$$

$$\text{当 } -1 < x \leq 1 \text{ 时 } , S = 1 - x + x + 1 = 2 .$$

$$\text{当 } 1 < x \leq 4 \text{ 时 } , S = x - 1 + x + 1 = 2x .$$

$$\text{当 } x > 4 \text{ 时 } , S = x - 1 + x + 1 = 2x .$$

$$\therefore S \text{ 的最大值 } m = 8 , \text{ 最小值 } n = 2 ,$$

$$\therefore mn = 16 .$$

【标注】【知识点】解一元一次不等式组